

## Datatähti 2020 loppu

<b>task</b>	<b>type</b>	<b>time limit</b>	<b>memory limit</b>
A Merkkijono	standard	1.00 s	512 MB
B Kierrokset	standard	1.00 s	512 MB
C Riippuliito	standard	1.00 s	512 MB
D Auraus	standard	1.00 s	512 MB
E Aliruudukot	standard	1.00 s	512 MB
F Alueet	standard	1.00 s	512 MB

## A Merkkijono

Tehtäväsi on muodostaa  $n$  merkin pituinen merkkijono, jossa jokainen merkki on numero 1, 3, 5 tai 7, ja jos kahdessa kohdassa on merkki  $x$ , niin niiden välissä on vähintään  $x$  muuta merkkiä.

Esimerkiksi jos  $n = 3$ , kelpollisia merkkijonoja ovat mm. 131 ja 357. Sen sijaan merkkijono 313 ei kelpaa, koska kolmosten välissä on vain yksi muu merkki.

### Syöte

Syötteen ainoalla rivillä on yksi kokonaisluku  $n$ : merkkijonon pituus.

### Tuloste

Tulosta  $n$  merkin merkkijono vaatimusten mukaisesti. Voit tulostaa minkä tahansa kelpollisen ratkaisun.

### Esimerkki

Syöte:

3

Tuloste:

357

### Osatehtävä 1 (16 pistettä)

- $1 \leq n \leq 4$

### Osatehtävä 2 (26 pistettä)

- $1 \leq n \leq 10$

### Osatehtävä 3 (58 pistettä)

- $1 \leq n \leq 1000$

## B Kierrokset

Bittimaassa on  $n$  kaupunkia ja niiden välillä  $n - 1$  tietä. Jokaisen kahden kaupungin välillä on jokin reitti.

Tehtäväsi on suunnitella turistikierrros, joka alkaa kaupungista  $x$ , kulkee teitä pitkin ja päättyy kaupunkiin  $y$ . Kaksi kierrosta ovat erilaiset, jos on jokin kaupunki, jossa käyt vain toisessa kierroksista.

Montako erilaista turistikierrrosta voit suunnitella?

### Syöte

Syötteen ensimmäisellä rivillä on kolme kokonaislukua  $n$ ,  $x$  ja  $y$ . Kaupungit on numeroitu  $1, 2, \dots, n$ .

Seuraavat  $n - 1$  riviä kuvaavat tiet. Kullakin rivillä on kaksi kokonaislukua  $a$  ja  $b$ : kaupunkien  $a$  ja  $b$  välillä on tie.

### Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku: erilaisten turistikierrrosten määrä. Koska vastaus voi olla suuri, tulosta se modulo  $10^9 + 7$ .

### Esimerkki

Syöte:

```
7 2 5
2 7
5 7
2 1
5 3
2 6
4 5
```

Tuloste:

```
16
```

### Osatehtävä 1 (22 pistettä)

- $1 \leq n \leq 10$

### Osatehtävä 2 (25 pistettä)

- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- kustakin kaupungista lähtee enintään kaksi tietä

### Osatehtävä 3 (26 pistettä)

- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- $x = y$ , eli kierros alkaa ja päättyy samassa kaupungissa

### Osatehtävä 4 (27 pistettä)

- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$

## C Riippuliito

Vuoristossa on rinnakkain  $n$  huippua, joilla jokaisella on tietty korkeus. Lähdet matkaan riippuliitimellä valitsemaltasi huipulta.

Voit siirtyä huipulta  $a$  huipulle  $b$ , jos huippu  $b$  ja kaikki huiput  $a$ :n ja  $b$ :n välissä ovat matalampia kuin huippu  $a$ .

Monenko eri huipun kautta voit kulkea enintään reitilläsi?

### Syöte

Ensimmäisellä rivillä on kokonaisluku  $n$ : huippujen määrä. Huiput on numeroitu  $1, 2, \dots, n$ .

Seuraavalla rivillä on  $n$  kokonaislukua  $h_1, h_2, \dots, h_n$ : huippujen korkeudet.

### Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku: suurin mahdollinen huippujen määrä reitillä.

### Esimerkki

Syöte:

```
10  
20 15 17 35 25 40 12 19 13 12
```

Tuloste:

```
5
```

### Osatehtävä 1 (18 pistettä)

- $1 \leq n \leq 10$
- $1 \leq h_i \leq 100$

### Osatehtävä 2 (21 pistettä)

- $1 \leq n \leq 5000$
- $1 \leq h_i \leq 10^9$

### Osatehtävä 3 (61 pistettä)

- $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq h_i \leq 10^9$

## D Auraus

Tie muodostuu  $n$  osuudesta, joista jokainen on lumen peitossa. Tien varrella on  $m$  asukasta, joista kukin toivoo, että tie aurattaisiin joltakin väliltä.

Monenko asukkaan toiveen voit enintään toteuttaa, kun ehdit aurata tiestä vain  $k$  osuutta? Aurattavan alueen ei tarvitse olla yhtenäinen.

### Syöte

Ensimmäisellä rivillä on kolme kokonaislukua  $n$ ,  $m$  ja  $k$ . Tien osuudet on numeroitu  $1, 2, \dots, n$ .

Seuraavat  $m$  riviä kuvaavat toiveet. Kullakin rivillä on kaksi kokonaislukua  $l$  ja  $r$ : asukas toivoo tien osuudet  $l \dots r$  aurattaviksi.

### Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku: montako toivetta voit enintään toteuttaa.

#### Esimerkki 1

Syöte:

```
6 4 4
1 3
3 4
2 3
3 6
```

Tuloste:

```
3
```

Selitys: Voit aurata osuudet  $1 \dots 4$  ja toteuttaa kolme ensimmäistä toivetta.

#### Esimerkki 2

Syöte:

```
3 3 2
3 3 2
1 1
1 3
3 3
```

Tuloste:

```
2
```

Selitys: Voit aurata osuudet  $1$  ja  $3$  ja toteuttaa ensimmäisen ja kolmannen toiveen.

### Rajat

Kaikissa osatehtävissä pätee:

- $0 \leq k \leq n$
- $1 \leq l \leq r \leq n$

### Osatehtävä 1 (27 pistettä)

- $1 \leq n \leq 15$
- $0 \leq m \leq 15$

**Osatehtävä 2 (41 pistettä)**

- $1 \leq n \leq 100$
- $0 \leq m \leq 100$

**Osatehtävä 3 (32 pistettä)**

- $1 \leq n \leq 500$
- $0 \leq m \leq 1000$

## E Aliruudukot

Sinulle annetaan  $n \times m$  -ruudukko, jonka jokaisella ruudulla on väri.

Tehtäväsi on etsiä pinta-alaltaan suurin aliruudukko, jolla on seuraava ominaisuus: kaikilla poluilla aliruudukon vasemmasta yläkulmasta oikeaan alakulmaan, joissa kuljetaan vain oikealle tai alas, on samat värit täsmälleen samassa järjestyksessä.

### Syöte

Ensimmäisellä rivillä on kaksi kokonaislukua  $n$  ja  $m$ .

Seuraavat  $n$  riviä kuvaavat ruudukon. Jokaisella rivillä on  $m$  merkkiä väliltä A-Z, jotka kuvaavat värit.

### Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku: suurimman kelvollisen aliruudukon pinta-ala.

### Esimerkki

Syöte:

```
3 5
AABAC
ABACA
ABCAA
```

Tuloste:

```
10
```

### Osa tehtävä 1 (29 pistettä)

- $1 \leq n, m \leq 10$

### Osa tehtävä 2 (34 pistettä)

- $1 \leq n, m \leq 100$

### Osa tehtävä 3 (37 pistettä)

- $1 \leq n, m \leq 1000$

## F Alueet

Sinulle annetaan  $n \times m$  -ruudukko, jonka jokaisella ruudulla on väri. Tämän pohjalta muodostetaan  $na \times mb$  -ruudukko asettamalla alkuperäisen ruudukon kopioita  $a$  kertaa allekkain ja  $b$  kertaa rinnakkain.

Kaksi ruutua kuuluvat samaan alueeseen, jos niiden välillä on polku, jossa jokainen ruutu on samanvärisen ja liikutaan vaaka- ja pystysuuntaisesti. Tehtäväsi on laskea ruudukon alueiden määrä.

### Syöte

Ensimmäisellä rivillä on neljä kokonaislukua  $n$ ,  $m$ ,  $a$  ja  $b$ .

Seuraavat  $n$  riviä kuvaavat ruudukon. Jokaisella rivillä on  $m$  merkkiä väliltä A-Z, jotka kuvaavat värit.

### Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku: ruudukon alueiden määrä. Koska vastaus voi olla suuri, tulosta se modulo  $10^9 + 7$ .

### Esimerkki

Syöte:

3 2 4 5

AB

BA

AA

Tuloste:

49

Selitys: Ruudukko on seuraava:

ABABABABAB

BABABABABA

AAAAAAAAAA

ABABABABAB

BABABABABA

AAAAAAAAAA

ABABABABAB

BABABABABA

AAAAAAAAAA

ABABABABAB

BABABABABA

AAAAAAAAAA

### Osatehtävä 1 (23 pistettä)

- $1 \leq n, m \leq 20$
- $1 \leq a, b \leq 100$

### Osatehtävä 2 (24 pistettä)

- $1 \leq n, m \leq 20$
- $1 \leq a \leq 10^9$



- $b = 1$

**Osatehtävä 3 (53 pistettä)**

- $1 \leq n, m \leq 20$
- $1 \leq a, b \leq 10^9$