

POLUT

Karhu ja susi asuvat neliönmuotoisen, $N \times N$ ruudukkona kuvatun metsikön vastakkaisissa kulmissa. Metsä koostuu vapaista ja varatuista ruuduista (jotka kuvaavat esim. puita tms. esteitä). Karhu käy päivittäin suden pesän luona olevalla mehiläispesällä syömässä hunajaa, ja vastaavasti susi käy päivittäin karhun pesän luona olevalla joella juomassa vettä. Karhu ja susi eivät kuitenkaan halua törmätä toisiinsa eli he pyrkivät kulkemaan sellaisia polkuja pitkin, jotka eivät missään kohtaa ristettä. Tehtävänäsi on laskea, kuinka monella eri tavalla tämä onnistuu eli kuinka monta erilaista sellaista polkuperäistä A ja B on olemassa, että:

- Polku A kulkee karhun pesästä suden pesään eli ruudusta $(1, 1)$ ruutuun (N, N) siten, että kullakin askeleella polku etenee yhden ruudun verran joko oikealle tai alas eli ruudusta (i, j) joko ruutuun $(i+1, j)$ tai ruutuun $(i, j+1)$.
- Polku B kulkee suden pesästä karhun pesään eli ruudusta (N, N) ruutuun $(1, 1)$ siten, että polku etenee kullakin askeleella yhden verran joko vasemmalle tai ylös eli ruudusta (i, j) joko ruutuun $(i-1, j)$ tai ruutuun $(i, j-1)$.
- Poluilla A ja B ei ole yhtään yhteistä ruutua (päätepisteitä $(1, 1)$ ja (N, N) lukuunottamatta).
- Polut kulkevat ainoastaan vapaita ruutuja pitkin.

Huomaa, että ruudukon rivit on numeroitu ylhäältä alas numeroin $1 \dots N$ ja sarakkeet vasemmalta oikealle numeroin $1 \dots N$. Ruutu (i, j) tarkoittaa ruutua, joka sijaitsee rivin i sarakkeessa j . Karhun pesä on siis vasemmassa yläkulmassa ja suden pesä oikeassa alakulmassa.

SYÖTE

Metsikön kuvaava ruudukko annetaan syötetiedostossa **polut.in** siten, että ensimmäisellä on arvo N , ja tätä seuraa N riviä, joista kullakin on N merkkiä ilman välilyöntejä. Rivi $1+i$ kuvaa ruudukon rivin i ruudut (i, j) järjestyksessä $j = 1 \dots N$ siten, että merkki '0' tarkoittaa vapaata ruutua ja merkki '1' ruutua, jossa on este. Kukin syötetiedoston rivi päättyy rivinvaihtoon. Syötteet ovat aina sellaisia, että ainakin yksi laillinen polkuperäistä on olemassa.

TULOSTE

Vastaus kirjoitetaan tiedostoon **polut.out** siten, että ratkaisuarvo ilmoitetaan tiedoston ensimmäisellä ja ainoalla rivillä. Rivin tulee päättyä rivinvaihtoon. Tulostiedostoon ei tule kirjoittaa mitään ylimääräistä, kuten välilyöntejä, ylimääräisiä rivinvaihtoja tms.

RAJOITTEET

$$2 \leq N \leq 100$$

Osa testisyötteistä on sellaisia, että tehtävän vastaus ei mahdu 64-bittiseen muuttujaan.

ESIMERKKI

polut.in

```
4
0000
0010
0010
0000
```

polut.out

```
6
```

Tässä tapauksessa mahdolliset polkuyhdistelmät ovat seuraavat:

	K	K	K
S			K
S			K
S	S	S	

	K	K	K
S			K
S	S		K
	S	S	

	K	K	K
S	S		K
	S		K
	S	S	

	S	S	S
K			S
K			S
K	K	K	

	S	S	S
K			S
K	K		S
	K	K	

	S	S	S
K	K		S
	K		S
	K	K	

TILASTO

Erään erikoisen kaupungin kaikki asukkaat asuvat yhden rengaskadun varrella. Asukkaiden talot sijaitsevat vierekkäin tien varrella siten, että ne on numeroitu järjestyksessä $1 \dots N$. Koska katu muo-
dostaa silmukan, ovat talot N ja 2 talon 1 naapureita. Kaupungin johto haluaa tutkia, miten talojen
asukkaiden varallisuusjakaumat vaihtelevat kadun eri naapurustoissa. Naapurusto tarkoittaa yhte-
näistä M vierekkäisen talon ketjua. Naapurustoja on N kappaletta. Naapurusto numero i koostuu M
peräkkäisestä talosta niin, että ensimmäinen talo on i . Tämä tarkoittaa taloja $i, \dots, i + M - 1$, jos $i +$
 $M - 1 \leq N$, ja muuten taloja i, \dots, N sekä $1, \dots, M - N + i - 1$ (jälkimmäisessä tapauksessa
rengaskadun talojen numeroinnin siirtymäkohta $N \rightarrow 1$ sijaitsee naapuruston sisällä).

Tehtävänäsi on laskea jokaisen N naapuruston osalta siihen kuuluvien talojen varallisuuksien K -
kvantiilit, kun kunkin talon varallisuus tiedetään. M lukua sisältävän joukon A K -kvantiilit ovat ne
 K lukuarvoa, joiden järjestysnumerot ovat $M/K, 2M/K, 3M/K, \dots, KM/K$, kun joukon A luvut on
järjestetty kasvavaan järjestykseen. Yksittäisen naapuruston i K -kvantiilit voidaan siis määrittää
esim. seuraavasti:

1. Järjestetään naapurustoon i kuuluvien talojen varallisuudet kasvavaan järjestykseen.
2. Lasketaan askeleen pituus $L = M/K$.
3. Poimitaan kohdan 1 järjestetystä joukosta järjestysnumerot $L, 2L, 3L, \dots, KL$ omaavat K alkioita.
Huomaa, että tässä joukon pienin alkio omaa järjestysnumeron 1 ja suurin alkio järjestysnumeron
 $KL = M$.

Esimerkiksi jos $M = 12$, $K = 3$ ja tarkasteltavan naapuruston varallisuudet ovat $1, 6, 8, 3, 7, 11, 5, 3,$
 $10, 4, 7, 4$, on joukko kasvavassa järjestyksessä $1, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 10, 11$. Askeleen pituus on
 $L = M/K = 4$. K -kvantiilit saadaan poimimalla järjestetystä joukosta järjestysnumerot $L = 4, 2L = 8$
ja $3L = 12$ omaavat alkio eli arvot $4, 7$ ja 11 , jotka oli alleviivattu edellisessä järjestetyssä listassa.

SYÖTE

Sötetiedoston **tilasto.in** ensimmäisellä rivillä on arvot N, M ja K toisistaan välilyönnein eroteltuina.
Tätä seuraa N riviä, joista kullakin on yksi ei-negatiivinen kokonaisluku. Rivin $1+i$ luku ilmoittaa
talon numero i varallisuuden. Kukin syötetiedoston rivi päättyy rivinvaihtoon.

TULOSTE

Vastaus kirjoitetaan tiedostoon **tilasto.out** siten, että ratkaisuarvo ilmoitetaan tiedoston
ensimmäisellä ja ainoalla rivillä. Rivin tulee päättyä rivinvaihtoon. Tulostiedostoon ei tule kirjoittaa
mitään ylimääräistä, kuten välilyönnejä, ylimääräisiä rivinvaihtoja tms.

Tehtävän ratkaisuarvo ilmaistaan kaikkien N naapuruston K -kvantiilien XOR-tarkistussummana,
jolloin vastaus on yksi kokonaisluku (XOR-summa ei johda ylivuotoihin). C/C++ -kielissä XOR-
summaoperaattori on \wedge . XOR-summa voidaan laskea soveltamalla operaattoria lukuihin missä
tahansa järjestyksessä. Esim. lukujen a, b ja c XOR-summa $a \wedge b \wedge c$ voidaan laskea järjestyksessä
 $(a \wedge b) \wedge c$ tai $a \wedge (b \wedge c)$. Voit käyttää tehtävässä int-muuttujia varallisuusarvojen sekä niiden XOR-
summan laskennassa.

RAJOITTEET

$100 \leq N \leq 50\,000$

$5 \leq K \leq 100$

$M = KL$, missä L on jokin positiivinen kokonaisluku.

$M < N$

Kukin varallisuusarvo on ei-negatiivinen kokonaisluku ja $\leq 10\,000\,000$.

ESIMERKKI

tilasto.in

```
8 6 3
9
9
0
8
5
1
3
6
```

tilasto.out

```
9
```

Esimerkin naapurustot sekä niiden K -kvanttiilit:

Naapuruston numero	Naapuruston varallisuudet (suluissa: järjestettynä)	Naapuruston K -kvanttiilit
1	9, 9, 0, 8, 5, 1 (0, 1, 5, 8, 9, 9)	1, 8, 9
2	9, 0, 8, 5, 1, 3 (0, 1, 3, 5, 8, 9)	1, 5, 9
3	0, 8, 5, 1, 3, 6 (0, 1, 3, 5, 6, 8)	1, 5, 8
4	8, 5, 1, 3, 6, 9 (1, 3, 5, 6, 8, 9)	3, 6, 9
5	5, 1, 3, 6, 9, 9 (1, 3, 5, 6, 9, 9)	3, 6, 9
6	1, 3, 6, 9, 9, 0 (0, 1, 3, 6, 9, 9)	1, 6, 9
7	3, 6, 9, 9, 0, 8 (0, 3, 6, 8, 9, 9)	3, 8, 9
8	6, 9, 9, 0, 8, 5 (0, 5, 6, 8, 9, 9)	5, 8, 9

Ratkaisuarvo 9 on oikeanpuoleisimmassa sarakeessa näytettyjen K -kvanttiilien XOR-summa eli:

$$1 \wedge 8 \wedge 9 \wedge 1 \wedge 5 \wedge 9 \wedge 1 \wedge 5 \wedge 8 \wedge 3 \wedge 6 \wedge 9 \wedge 3 \wedge 6 \wedge 9 \wedge 1 \wedge 6 \wedge 9 \wedge 3 \wedge 8 \wedge 9 \wedge 5 \wedge 8 \wedge 9 = 9$$